

### 3.4.4 Středová souměrnost

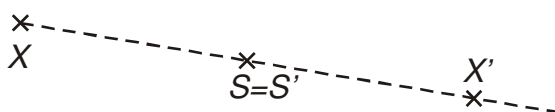
**Předpoklady:** 030402

**Př. 1:** Neznámé shodné zobrazení je dáno takto:

Jsou dány dva různé body  $X, S$ . Shodnost  $BLABLABLA$  je shodné zobrazení, které přiřazuje:

1. každému bodu  $X \neq S$  bod  $X'$  tak, že bod  $S$  je středem úsečky  $XX'$ ,
2. bodu  $S$  bod  $S' = S$ .

Rozhodni, o kterou shodnost jde. Najdi obrazy bodů  $X$  a  $S$  v této shodnosti. Které body jsou v této shodnosti samodružné? Navrhni zápis této shodnosti do zápisů konstrukce.



Jde o středovou souměrnost.

Samodružný je pouze střed souměrnosti  $S$ .

Středovou souměrnost se středem  $S$  zapisujeme jako  $S(S)$ .

Jsou dány dva různé body  $X, S$ . Středová souměrnost  $S(S)$  je shodné zobrazení, které přiřazuje:

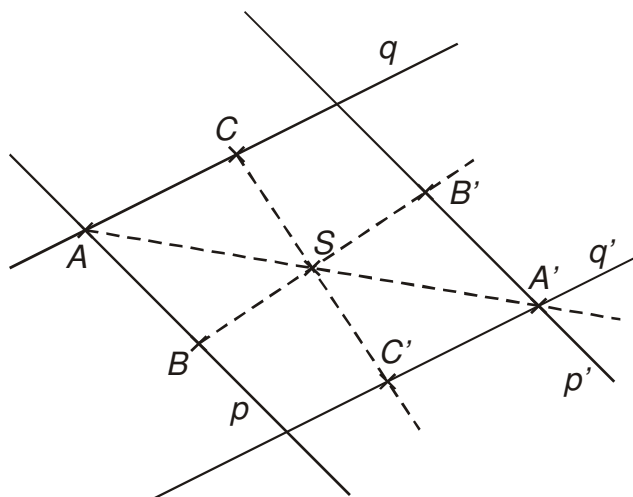
1. každému bodu  $X \neq S$  bod  $X'$  tak, že bod  $S$  je středem úsečky  $XX'$ .
2. bodu  $S$  bod  $S' = S$ .

**Př. 2:** Je dán bod  $S$ . Najdi alespoň jednu přímku samodružnou ve středové souměrnosti  $S(S)$ .

Samodružná přímka: její body se zobrazují na body ležící na stejné přímce  $\Rightarrow$  samodružná je každá přímka procházející středem souměrnosti.

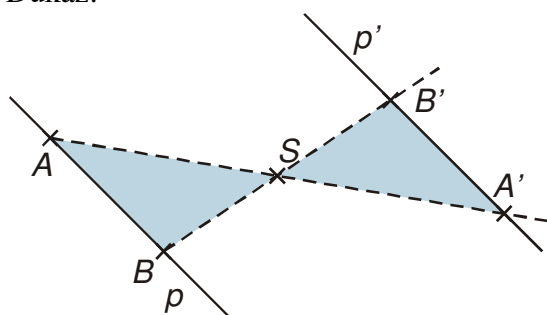
**Př. 3:** Je dán bod  $S$  a dvě různoběžné přímky  $p, q$ , které neprocházejí tímto bodem. Najdi obrazy těchto přímek ve středové souměrnosti  $S(S)$ . Jaký je vztah mezi přímkou a jejím obrazem? Dokaž. Navrhni co nejjednodušší postup, jak najít ve středové souměrnosti obraz přímky.

Nejjednodušší způsob, jak zobrazit přímku: zobrazíme dva její body, obraz přímky prochází touto dvojicí bodů  $\Rightarrow$  jako jeden ze zobrazovaných bodů zvolíme průsečík obou přímek.



Zdá se, že obrazem přímky je přímka s ní rovnoběžná ( $p \parallel p', q \parallel q'$ ).

Důkaz:



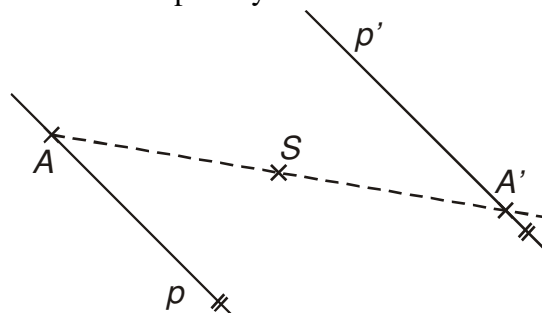
Pro trojúhelníky  $ABS$  a  $A'B'S$  platí:

- $|AS| = |A'S|$  (z definice středové souměrnosti),
- $|BS| = |B'S|$  (z definice středové souměrnosti),
- $|\sphericalangle ASB| = |\sphericalangle A'SB'|$  (dva vrcholové úhly),

$\Rightarrow$  trojúhelníky  $ABS$  a  $A'B'S$  jsou shodné podle věty *sus*  $\Rightarrow$  platí:  $|\sphericalangle SAB| = |\sphericalangle SA'B'| \Rightarrow$  přímky  $p$  a  $p'$  jsou rovnoběžné (střídavé úhly u přímek proťatých příčkou).

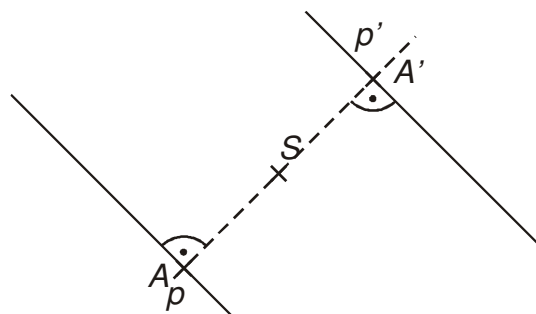
Rovnoběžnost můžeme využít pro rychlejší zobrazování přímky.

Zobrazíme ve středové souměrnosti jeden bod na přímce  $p$ . Obraz přímky  $p$  najdeme jako rovnoběžku s přímkou  $p$  bodem  $A'$ .



Pokud máme trojúhelník s ryskou.

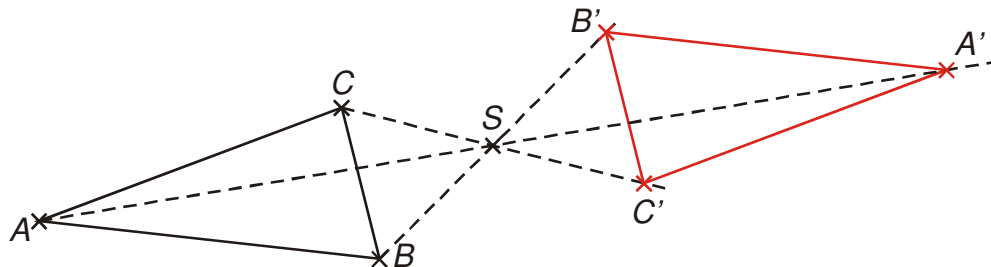
Z bodu  $S$  vedeme k přímce  $p$  kolmici, její patu zobrazíme ve středové souměrnosti a získaným bodem vedeme kolmici na kolmici k přímce  $p$ .



**Pedagogická poznámka:** Cílem předchozího příkladu není jen narýsování dvou obrazů, ale hlavně přemýšlení o tom, co a jak dělám. Pokud někdo zvolí body zcela náhodně,

snažím se ho zastavit, aby svůj postup vylepšil.  
Z matematického pohledu není konstrukce přes kolmici žádné vylepšení, ale praktické provedení je o něco rychlejší.

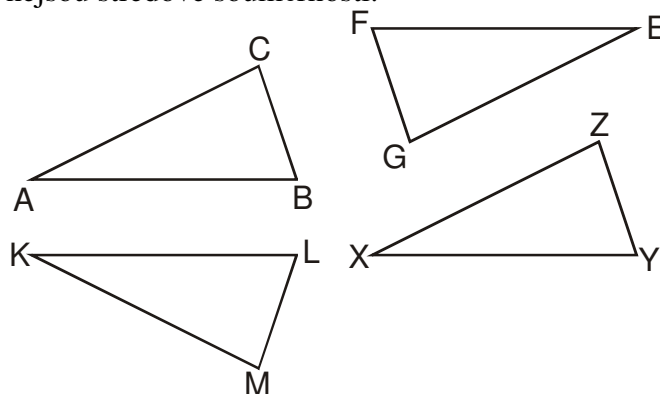
**Př. 4:** Je dán trojúhelník  $ABC$ . Najdi obraz tohoto trojúhelníku v libovolné středové souměrnosti se středem v bodě, který neleží na jeho obvodu. Rozhodni, zda středová souměrnost patří mezi přímé nebo nepřímé shodnosti.



Středová souměrnost je přímá shodnost.

**Pedagogická poznámka:** Tvar trojúhelníka dopředu neřešíme. Jakmile mají žáci rozhodnout o tom, zda je shodnost přímá nebo nepřímá, správný tvar se samozřejmě hodí. Bavíme se o tom při kontrole.

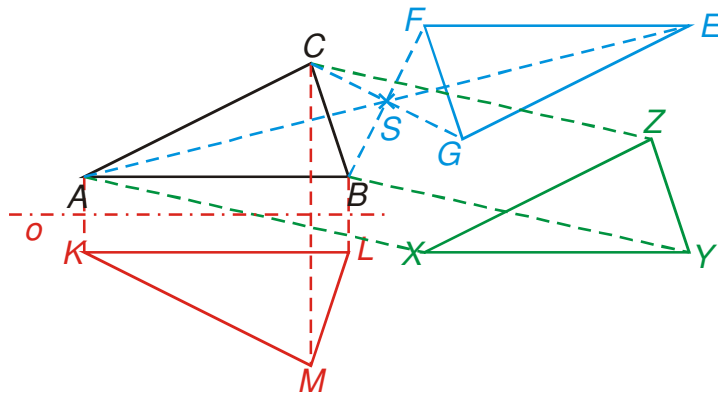
**Př. 5:** Rozhodni, které z trojúhelníků na obrázcích jsou středově souměrné s trojúhelníkem  $ABC$ . Jak by bylo možné najít jejich střed souměrnosti? Urči typ shodností, které nejsou středové souměrnosti.



Z tvarů trojúhelníků je vidět, že:

- obrazem bodu  $A$  jsou body  $E, K, X$ ;
- obrazem bodu  $B$  jsou body  $F, L, Y$ ;
- obrazem bodu  $C$  jsou body  $G, M, Z$ .

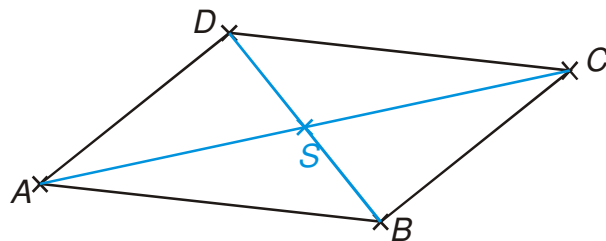
Střed souměrnosti musí ležet na přímce určené bodem a obrazem  $\Rightarrow$  spojíme odpovídající si body a zjišťujeme, zda se protnou v jednom bodě.



Z obrázku vidíme, že:

- trojúhelník  $EFG$  je obrazem trojúhelníku  $ABC$  ve středové souměrnosti se středem  $S$ ,
- trojúhelník  $KLM$  je obrazem trojúhelníku  $ABC$  v osové souměrnosti s osou  $o$ ,
- trojúhelník  $XYZ$  je obrazem trojúhelníku  $ABC$  v posunutí ( $AX$ ).

**Př. 6:** Dokaž, že platí věta. Jestliže se ve čtyřúhelníku  $ABCD$  půlí úhlopříčky, je čtyřúhelník rovnoběžníkem.



Označíme si průsečík úhlopříček  $S$ .

- úhlopříčka  $AC$  se půlí  $\Rightarrow |AS| = |CS| \Rightarrow$  bod  $C$  je obrazem bodu  $A$  v  $S(S)$ , bod  $A$  je obrazem bodu  $C$  v  $S(S)$ ,
- úhlopříčka  $BD$  se půlí  $\Rightarrow |BS| = |DS| \Rightarrow$  bod  $D$  je obrazem bodu  $B$  v  $S(S)$ , bod  $B$  je obrazem bodu  $D$  v  $S(S)$ .

$\Rightarrow$

přímka  $CD$  je obrazem přímky  $AB$  v  $S(S) \Rightarrow AB \parallel CD$ ,

přímka  $AD$  je obrazem přímky  $BC$  v  $S(S) \Rightarrow AD \parallel BC$ ,

$\Rightarrow$  protější strany čtyřúhelníku jsou rovnoběžné  $\Rightarrow$  čtyřúhelník  $ABCD$  je rovnoběžník.

**Shrnutí:**